

# FUNÇÃO EXPONENCIAL, LOGARÍTMICA

Cálculo Diferencial: Função de uma Variável

# FUNÇÃO EXPONENCIAL

## Definição:

Seja  $a$  um número positivo diferente de 1. A função  $f(x)=a^x$  é denominada função exponencial com Base  $a$

Domínio:

Imagem:

Se  $a > 1$  a função é crescente

Se  $0 < a < 1$  a função é decrescente

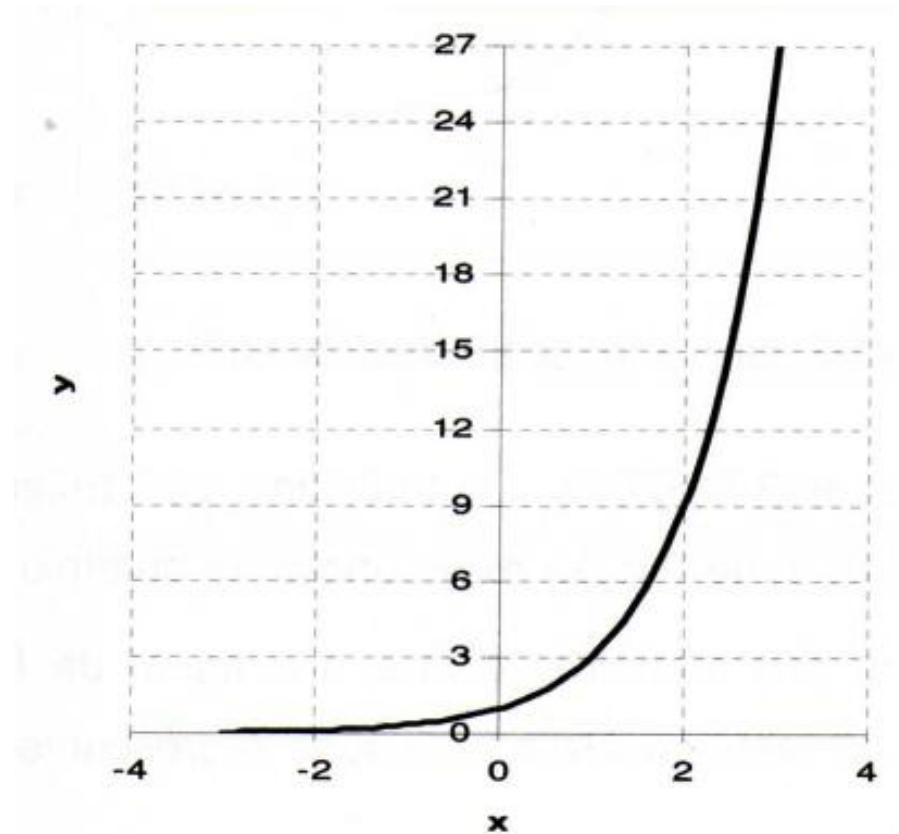


# FUNÇÃO EXPONENCIAL – GRÁFICO

Exemplo: Construir o gráfico da função  $f(x) = 3^x$

$$y = a^x$$
$$a > 1$$

x	y



$a > 1$  a função é crescente

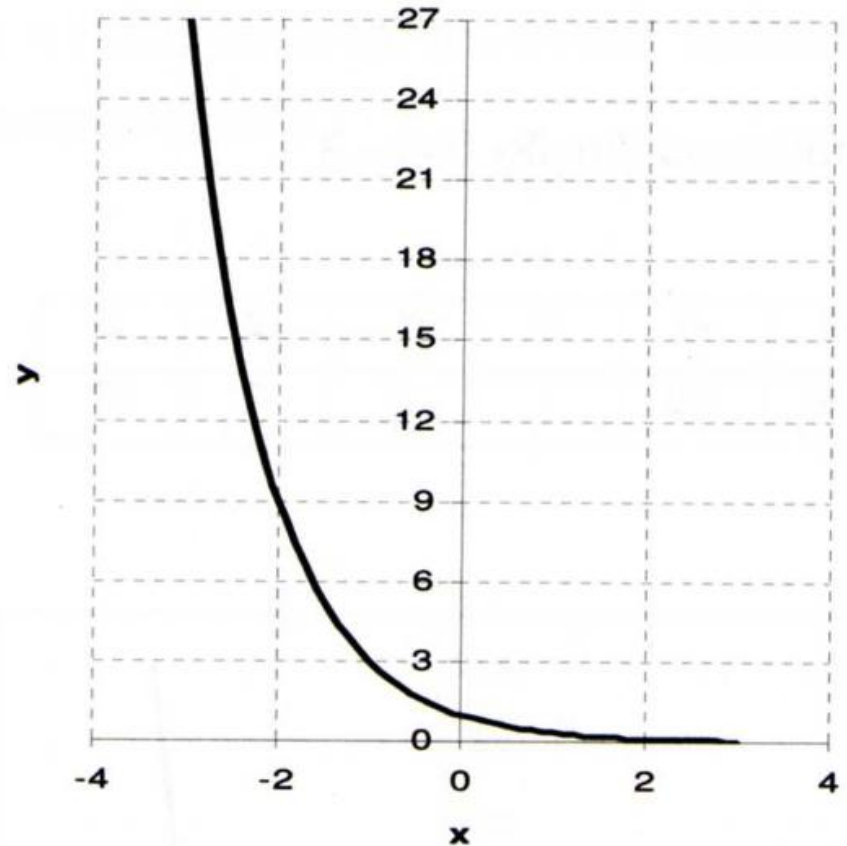
# FUNÇÃO EXPONENCIAL – GRÁFICO

Exemplo: Construir o gráfico da função  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

$$y = a^x$$

$$0 < a < 1$$

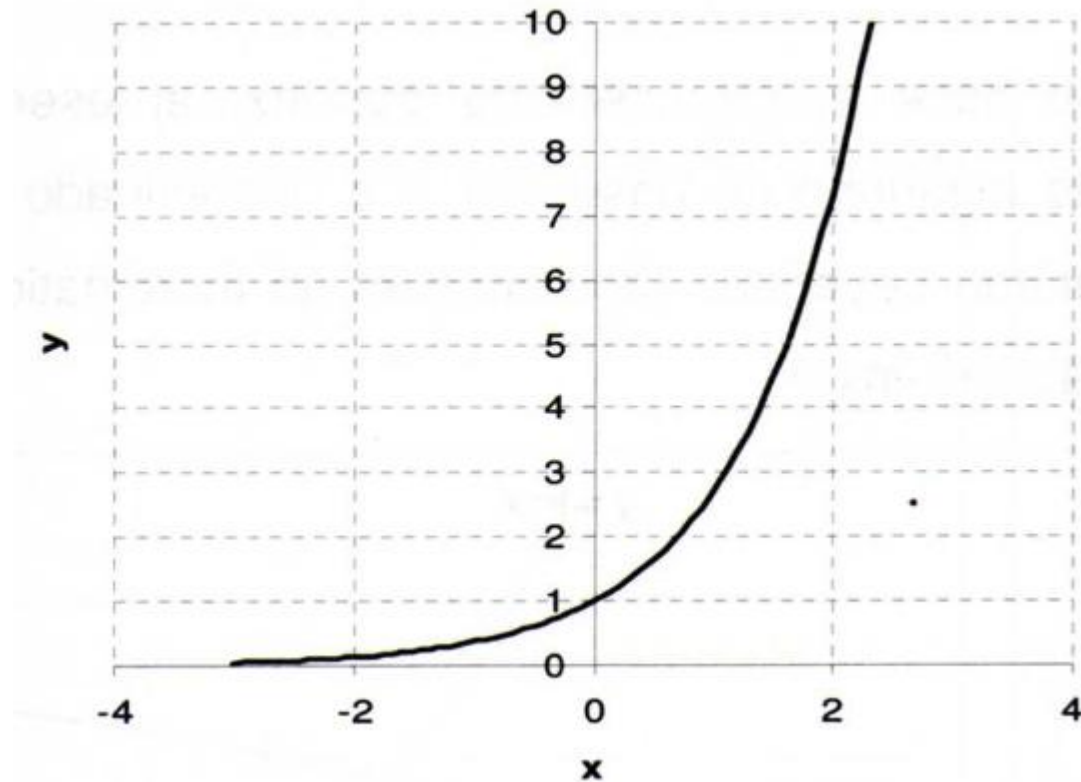
x	y



$0 < a < 1$  a função é decrescente

# FUNÇÃO EXPONENCIAL

O número irracional  $e = 2,718281\dots$ , introduzido por Euler, é muito utilizado como base de uma função exponencial. O gráfico da função  $f(x)=e^x$  é:



# FUNÇÃO EXPONENCIAL

Regras de exponenciação ou lei dos expoentes

Se  $a > 0$  e  $b > 0$ , as afirmações a seguir são verdadeiras para quaisquer  $x$  e  $y$  reais.

1.

5.

2.

3.

4.



# FUNÇÃO LOGARÍTMICA

## Definição:

A função  $f(x) = \log_a x$  denomina-se função logarítmica de base  $a$  com  $a > 0$  e diferente de 1. (é a função inversa da função exponencial)

Domínio:

Imagem:



# FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Exemplos:



# FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Os logaritmos com bases e e 10 possuem aplicações tão importantes que as calculadoras científicas possuem teclas especiais para essas operações. Esses logaritmos também possuem notações e nomes característicos:

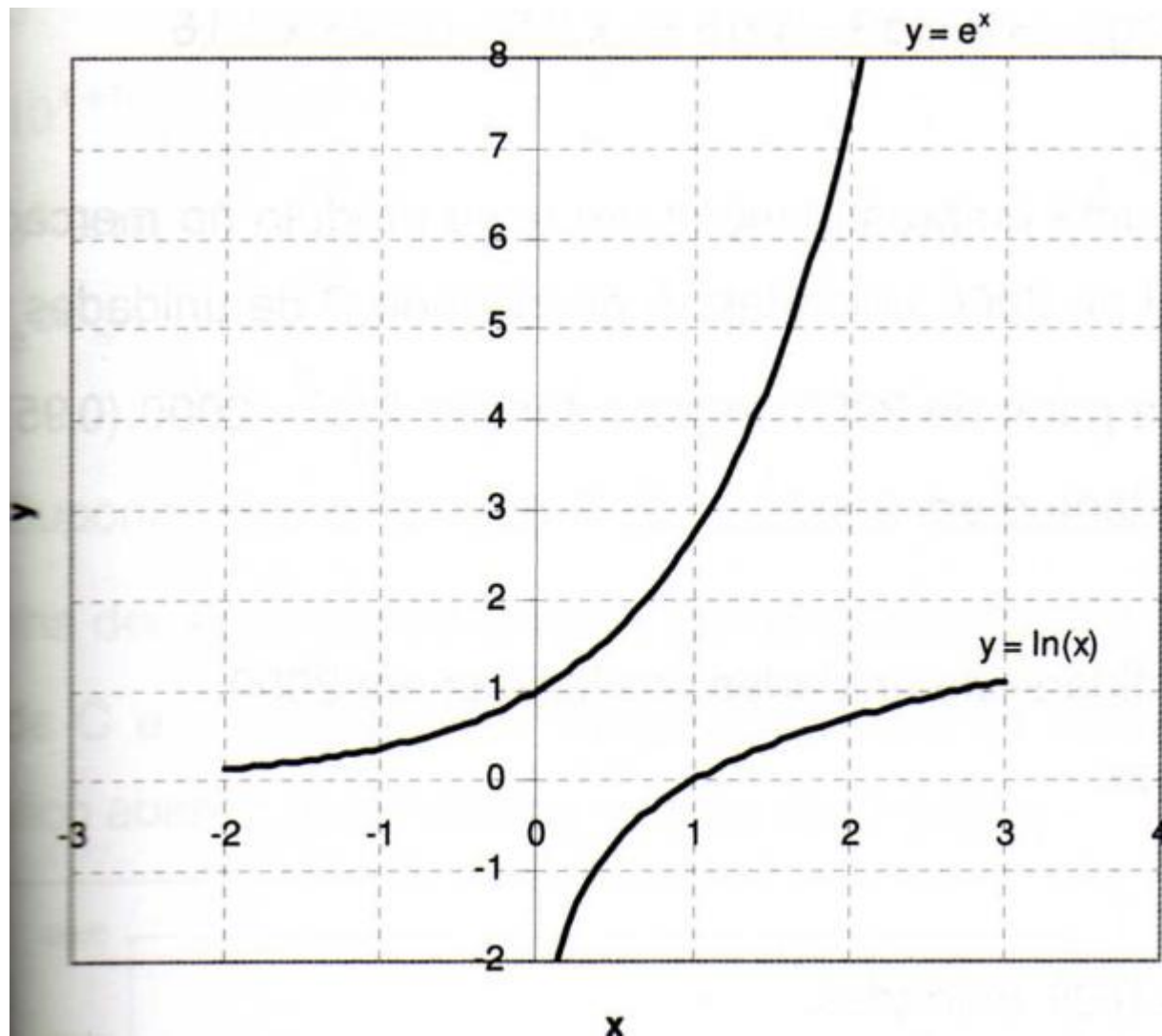
$\log_e x$  é escrito  $\ln x$

$\log_{10} x$  é escrito  $\log x$

A função  $y = \ln x$  é denominada função logaritmo natural ou logaritmo neperiano e  $y = \log x$  é denominada função logaritmo comum.

(homenagem a John Napier)

# FUNÇÃO LOGARÍTMICA-GRAFICO



# FUNÇÃO LOGARÍTMICA

## Propriedades Algébricas:

$$\log(a.b) =$$

$$\ln(a.b) =$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) =$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) =$$

$$\log(a)^m =$$

$$\ln(a)^m =$$

## Propriedades Fundamentais:



# EXEMPLOS

1) Resolva isolando x:

a)  $\ln x = 3t + 5$

b)  $e^{2x} = 10$

Solução:

a)

b)



# EXEMPLOS

1) Um exemplo de decaimento exponencial é o modelo  $y = y_0 \cdot e^{k \cdot t}$  que representa como o elemento radioativo carbono 14 decai ao longo do tempo. O carbono 14 é usado para estimar a idade de restos de organismos mortos, como conchas, sementes e artefatos de madeira.

$y_0$  = quantidade inicial de carbono 14

$t$  = tempo em anos

$k$  = taxa de decaimento da substância radioativa  
(carbono 14 =  $-1,2 \cdot 10^{-4}$ )



# EXEMPLOS

a) Qual a porcentagem de carbono 14 presente em uma amostra depois de 866 anos.

$y_0$  = quantidade inicial de carbono 14

$t$  = tempo em anos

$k$  = taxa de decaimento da substância radioativa  
(carbono 14 =  $-1,2 \cdot 10^{-4}$ )



# EXEMPLOS

b) Isole  $t$  na equação. (caso queira saber o tempo)



# EXEMPLOS

2) A intensidade de um terremoto normalmente é medida na escala Richter, que é logarítmica. Sua fórmula é:

$$\text{Magnitude } R = \log\left(\frac{a}{T}\right) + B$$

a: é a amplitude do movimento do solo na estação medidora, em micra.

T: é a duração da onda sísmica, em segundos

B: é um fator empírico responsável pela atenuação da onda sísmica em função de sua distância em relação ao epicentro do terremoto

# EXEMPLOS

Para um terremoto que ocorreu a 10.000km da estação medidora,  $B=6,8$ . Sendo a amplitude do movimento do solo  $a=10$ micra e a duração  $T=1$  s, a magnitude do terremoto é

